

# Expertensysteme

Übung, LVA 405.213

C. Fuchs

## 5. Übungsblatt, WS 2021/22

10.11.2021

---

1. Beweise (mit Hilfe des Lemmas von Zorn): Eine gegen endliche Durchschnitte abgeschlossene Mengenfamilie, die mit jeder Kette auch deren Durchschnitt enthält, ist ein Hüllensystem.
2. Gib eine Charakterisierung von Teilmengen eines vollständigen Verbands als vollständige Verbände an, die geeignete Selbstabbildungen des Verbandes verwenden. Schwäche dazu die Definition des Hüllenoperators ab.
3. Für  $U \subseteq \mathbb{R}^n$  sei  $\varphi(U) = \{v \in \mathbb{R}^n; v \perp u \text{ für alle } u \in U\}$ . Zeige, dass das Paar  $(\varphi, \varphi)$  eine Galoisverbindung zwischen  $\mathbb{R}^n$  und  $\mathbb{R}^n$  ist. Wie sehen die abgeschlossenen Mengen bzgl. des Hüllenoperators  $\varphi\varphi$  aus?
4. Die Relation  $R \subseteq \mathbb{P} \times \mathbb{N}$  zwischen der Menge der Primzahlen und der Menge der positiven ganzen Zahlen sei definiert durch  $(p, n) \in R \Leftrightarrow p|n$ . Sei  $(\varphi, \psi)$  die zugehörige Galoisverbindung. Bestimme die Mengen  $\varphi(\{2, 3\})$ ,  $\psi\varphi(\{2, 3\})$ ,  $\psi(\{9, 12\})$  und  $\varphi\psi(\{8, 12\})$ . Beschreibe jetzt allgemein die Wirkung der Hüllenoperatoren  $\psi\varphi$  und  $\varphi\psi$ .