# Diskrete Mathematik

**Übung, LVA 405.021**

**C. Fuchs, V. Ziegler, W. Schmid**

## 3. Übungsblatt, WS 2021/22 — 16.12.2021

1. Sei $\pi = (153)(24)$ und $\sigma = (136)(25)$. Stelle $\pi\sigma$ als Produkt disjunkter Zykeln sowie als Produkt von Transpositionen dar.

2. Gegeben sei die Permutation $\pi = (147)(258)(369)$ in $\mathscr{S}_{10}$. Gib eine Darstellung von $\pi$ als Produkt von Transpositionen an und berechne das Signum dieser Permutation.

3. Gegeben seien die beiden Permutationen $\sigma = (2437)(5698)$ und $\pi = (2539)(4876)$. Stelle beide Permutationen als Produkt von Transpositionen dar, bestimme damit ihr Signum, und berechne $\sigma\pi\sigma^{-1}$.

4. Sei $\mathscr{A}_n$ die Menge der geraden Permutationen von $n$. Zeige, dass $\mathscr{S}_n \backslash \mathscr{A}_n = \{\sigma\tau; \sigma \in \mathscr{A}_n\} =: \mathscr{A}_n\tau$ für jede ungerade Permutation $\tau \in \mathscr{S}_n$ gilt.

5. Sei $n \geq 2$ und $\tau_0 = (12)$. Zeige, dass es zu jeder beliebigen Transposition $\tau \in \mathscr{S}_n$ ein $\sigma \in \mathscr{S}_n$ mit $\tau = \sigma\tau_0\sigma^{-1}$ gibt.

6. Überprüfe, welche der fünf Peano-Axiome von den folgenden Mengen $M$ und "Nachfolgeabbildungen" $S : M \to M$ erfüllt werden:
   a) $M = \mathbb{R}, S(x) = x + 1,$
   b) $M = \mathbb{Z}, S(k) = k + 1,$
   c) $M = \{-1, 1\}, S(n) = -n,$
   d) $M = \{z \in \mathbb{C}; |z| = 1\}, S(z) = z^2.$

7. Die Folge $(n!)$ wird induktiv definiert durch $0! = 1$ und $(n+1)! = n!(n+1)$ für alle $n \geq 0$. Zeige, dass für alle natürlichen Zahlen $n \geq 0$ gilt $n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$. Beweise weiter, dass für alle natürlichen Zahlen $n \geq 4$ gilt $n! > 2^{n-1}$.

8. Berechne mit Hilfe der Definition $4+5, 5+4, 4 \cdot 5, 5 \cdot 4$ und zeige, dass $1 \cdot n = n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.