

Diskrete Mathematik

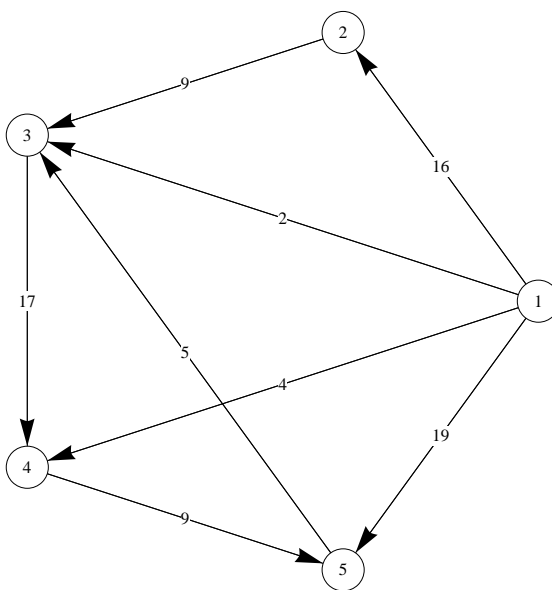
Übung, LVA 405.021-5

C. Fuchs, M. Hittmeir, C. Karolus, W. Schmid

8. Übungsblatt, WS 2016/17

31.01.2017

1. Zeige, dass eine Kante e genau dann eine Brücke ist, wenn sie in keinem einfachen Kreis der Länge ≥ 3 enthalten ist. Welche Graphen haben nur Brücken? Zeige ferner, dass G keine Brücke hat, falls alle Grade gerade sind.
2. Es sei G folgender Graph. Die Ecken sind alle $n!$ Permutationen von $a_1 a_2 \cdots a_n$, wobei $a_1 \cdots a_n, b_1 \cdots b_n$ benachbart sind, falls sie sich nur durch eine Transposition unterscheiden (zum Beispiel 134562 und 164532). Zeige, dass G bipartit ist.
3. Sei $W_5 = (\{0, 1\}^5, E)$ der Graph des 5-dimensionalen Würfels mit $uv \in E$ genau dann, wenn es genau ein $i, 1 \leq i \leq 5$, gibt mit $u_i \neq v_i$. Zeige, dass W_5 einen jeden Knoten (genau einmal) enthaltenden Kreis (einen sogenannten hamiltonschen Kreis) enthält.
4. Ein Kreis in einem Graphen G heißt eulersch, wenn der Weg jede Kante von G genau einmal enthält. Ein zusammenhängender Graph G heißt eulersch, wenn G einen eulerschen Kreis besitzt. Zeige, dass ein Graph G eulersch ist genau dann, wenn G zusammenhängend und jeder Knoten in G geraden Grad besitzt. Welche der Graphen K_2, K_3, K_5 und $K_{4,2}, K_{5,7}$ sind eulersch?
5. Berechne durch Breadth-First und Depth-First einen Spannbaum des Graphen $K_{7,5}$.
6. Berechne alle Abstände zwischen Knoten im folgenden Wegenetz:



7. Betrachte das Wegenetz aus Aufgabe 6. Bestimme mit dem Dijkstra-Algorithmus alle kürzesten Wege von den folgenden Knoten zu allen anderen Knoten: a) 1; b) 3.
8. Verwende den Kruskal-Algorithmus, um im Wegenetz aus Aufgabe 6 einen minimalen Spannbaum zu ermitteln.