

Zahlentheorie

Übung, LVA 405.031
C. Fuchs, I. Vukusic

9. Übungsblatt, SS 2022

20.05.2022

1. Die IBAN bei einer österreichischen Bank besteht aus genau 20 Stellen. Die ersten zwei Stellen sind mit den Buchstaben AT belegt, die nächsten zwei sind Prüzziffern, dann fünf Stellen für die BLZ und schließlich 11 Stellen für die Kontonummer. Wenn die Kontonummer weniger als 11 Ziffern hat, dann werden entsprechend viele Nullen vor die Kontonummer geschrieben. Das gleiche gilt für die BLZ. Die Prüzziffern xy einer IBAN werden wie folgt berechnet: Man verschiebt die ersten vier Zeichen an das Ende der Zahl und ersetzt AT durch 1029 und xy durch 00. Sei z die so entstandene Zahl. xy ist dann $98 - (z \bmod 97)$. Zahlen, die kleiner als 10 sind, werden dabei durch 2 Ziffern dargestellt, die erste ist 0. a) Das Spendenkonto von "Nachbar in Not - Hilfe für die Ukraine" hat die Kontonummer 40040044003 und die BLZ 20111. Berechne die IBAN. b) Welche der Zahlen können keine IBAN sein? AT39234560001234567, AT352345609876543210, AT67234560001245678, AT422345600333300000. c) Zeige: Ist die Differenz zweier Kontonummern bei einer Bank ein Vielfaches von 97, dann sind die Prüzziffern dieser zwei Konten gleich.
2. Berechne $1 + 2 + \dots + 18$ und $2^{17} \cdot 3^5$ im Restklassenring \mathbb{Z}_{19} .
3. Finde und beweise eine Teilbarkeitsregel für 7.
4. Sei m eine natürliche Zahl mit Dezimaldarstellung $m = m_k \cdot 10^k + \dots + m_1 \cdot 10 + m_0 = (m_k \dots m_1 m_0)_{10}$. Zeige: m ist durch 37 teilbar $\iff 37 \mid (m_2 m_1 m_0)_{10} + (m_5 m_4 m_3)_{10} + (m_8 m_7 m_6)_{10} + \dots + (m_k m_{k-1} m_{k-2})_{10}$. Finde eine analoge (3-Block-)Teilbarkeitsregel für 13.
5. Zeige, dass 18^{128} durch 104976 teilbar ist.