

Zahlentheorie

Übung, LVA 405.031
C. Fuchs, I. Vukusic

1. Übungsblatt, SS 2022

11.03.2022

1. Wiederhole (inklusive der Begründungen), wie sich Äquivalenzrelationen und Partitionen gegenseitig bestimmen.
2. Welchen ganzen Zahlen entsprechen die folgenden Äquivalenzklassen: $[(3, 1)]$, $[(2, 5)]$? Gib mindestens drei weitere Beispiele für Vertreter aus diesen Äquivalenzklassen an. Addiere und multipliziere die Klassen.
3. Gegeben seien die ganzen Zahlen $a = [(3, 1)]$, $b = [(2, 5)]$. Wähle mindestens zwei weitere Beispiele für Vertreter dieser Klassen und verifiziere an diesen Beispielen die Wohldefiniertheit von Addition und Multiplikation.
4. Zeige allgemein die Wohldefiniertheit der Addition ganzer Zahlen, d.h. zeige: Für $[(m, n)] = [(m', n')]$ und $[(k, l)] = [(k', l')]$, gilt $[(m + k, n + l)] = [(m' + k', n' + l')]$.
5. Betrachte die Relation $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$ auf $\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})$. Zeige, dass \sim eine Äquivalenzrelation ist. Beschreibe die zugehörige Klasseneinteilung. Welche Zahlenmenge entsteht so?