Lineare Algebra II und Geometrie

Übung, LVA 405.081

C. Fuchs, S. Heintze

5. Übungsblatt, WS 2020/21 — 11.11.2020

1. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

   Bestimme das characteristische Polynom, verifiziere den Satz von Cayley-Hamilton und bestimme schließlich das Minimalpolynom von A.

2. Sei $\varphi \in \mathrm{End}(V)$. Zeige, dass die Nullstellen des Minimalpolynoms genau die Nullstellen des charakteristischen Polynoms sind.

3. Seien $\lambda_1, \dots, \lambda_r \in K$ die paarweise verschiedenen Eigenwerte eines diagonalisierbaren Endomorphismus φ eines endlich-dimensionalen Vektorraumes V. Zeige, dass $(X - \lambda_1) \cdots (X - \lambda_r) \in K[X]$ das Minimalpolynom von φ ist.

4. Suche (und finde) eine Matrix aus $\mathbb{C}^{4\times 4}$ mit charakteristischem Polynom $(x-2)^2(x-3)^2$ und Minimalpolynom $(x-2)(x-3)^2$.