

# Lineare Algebra II und Geometrie

Übung, LVA 405.081  
C. Fuchs, S. Heintze

## 2. Übungsblatt, WS 2020/21

14.10.2020

1. Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Beschreibe geometrisch die folgenden linearen Abbildungen:

- a)  $f_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, x \mapsto Ax,$
- b)  $f_2 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, x \mapsto Bx,$
- c)  $f_3 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, x \mapsto ABx,$
- d)  $f_4 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, x \mapsto BAx.$

Gib für a) und b) zudem das Spektrum an.

2. Bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} 4 & 11 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} -2 & -8 & -12 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Zeige: Wenn eine Matrix  $A$  einen Eigenwert  $\lambda$  hat, so hat  $A^2$  den Eigenwert  $\lambda^2$ . Verallgemeinere den Sachverhalt. Gib ein Beispiel dafür an, dass die Umkehrung nicht gilt.