

Endliche Körper und Codierung

Übung, LVA 405.351

C. Fuchs

6. Übungsblatt, WS 2020/21

19.11.2020

1. Sei K ein Körper mit Charakteristik p und $n \in \mathbb{N}$ teilerfremd zu p . Zeige, dass

$$Q_n(x) = \prod_{d|n} (x^d - 1)^{\mu(n/d)} = \prod_{d|n} (x^{n/d} - 1)^{\mu(d)}.$$

2. Faktorisier $x^{21} - 1$ über \mathbb{F}_2 . Sie können die Faktorisierung per Hand suchen oder sich über den Berlekamp-Algorithmus (zur Faktorisierung von Polynomen über \mathbb{Z}_p) informieren (z.B. in A. Pethő, Algebraische Algorithmen, Vieweg, 1999) und diesen anwenden.
3. Zeige, dass $x^2 + x + 2 \in \mathbb{F}_3[x]$ ein irreduzibler Teiler des 8-ten Kreisteilungspolynoms $Q_8(x) \in \mathbb{F}_3[x]$ ist, und bestimme dann das Minimalpolynom von α^2 über \mathbb{F}_3 , wobei α eine Nullstelle von $x^2 + x + 2$ bezeichnet.
4. Sei α eine Nullstelle von $x^5 + x^2 + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$. Gib alle zyklotomischen Nebenklassen von 2 modulo 31 und dann das Minimalpolynom von α , α^4 und α^5 an.