Endliche Körper und Codierung

Übung, LVA 405.351

C. Fuchs

7. Übungsblatt, WS 2018/19 **28.11.2018**

1. Man beweise: Es gibt einen linearen Code über $\mathbb{F}_2$ der Länge n mit höchstens r Kontrollstellen und der Minimaldistanz $d \geq \delta$, falls gilt
$$1 + \binom{n-1}{1} + \ldots + \binom{n-1}{\delta-2} < 2^r.$$
Wie läßt sich dieser Sachverhalt auf lineare Codes über $\mathbb{F}_q$ übertragen?

2. Finde eine Generatormatrix und Kontrollmatrix für die Linearcodes, die durch die folgenden Mengen erzeugt werden, und geben Sie die Parameter $[n, k, d]$ jedes Codes an:

   a) $q = 2$, $S = \{1000, 0110, 0010, 0001, 1001\}$,
   b) $q = 3$, $S = \{110000, 011000, 001100, 000110, 000011\}$,
   c) $q = 2$, $S = \{10101010, 11001100, 11110000, 01100110, 00111100\}$.

3. Finde zum folgenden binären Code C eine symmetrische Generatormatrix G' für den geeignet permutierten Code C', wobei C gegeben ist durch
$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Sei C ein Linearcode mit Minimdistanz d. Man zeige, daß ein Wort $x \in \mathbb{F}_q^n$ der eindeutige Anführer der Nebenklasse $x + C$ ist, falls $\mathrm{wt}(x) \leq [\frac{d-1}{2}]$.