

# Algebra I

Übung, LVA 405.091

C. Fuchs

## 9. Übungsblatt, WS 2018/19

03.12.2018

---

1. Sei  $H$  eine Untergruppe einer Gruppe  $G$  von (endlichem) Index  $n$ . Zeige, dass es einen Homomorphismus  $f : G \rightarrow \mathcal{S}_n$  mit  $\ker(f) \subseteq H$  gibt.
2. Sei  $G = \mathbb{Z}/30\mathbb{Z}$  und  $K = \langle 3 \rangle$  bzw.  $H = \langle 15 \rangle$ . Verifiziere den ersten und zweiten Isomorphiesatz anhand dieser zyklischen Gruppen.
3. Sei  $G$  eine Gruppe und  $Z(G)$  das Zentrum von  $G$ . Zeige: Ist  $G/Z(G)$  zyklisch, dann ist  $G$  abelsch.
4. Sei  $G$  eine Gruppe der Ordnung 4. Zeige, dass entweder  $G$  zyklisch ist oder  $g^2 = e$  für alle  $g \in G$  gilt. Folgere, dass daher alle Gruppen der Ordnung 4 abelsch sind.