Algebra I

Übung, LVA 405.091
C. Fuchs

6. Übungsblatt, WS 2018/19

12.11.2018

1. Seien G_1, G_2, G beliebige Gruppe. Zeige, dass die Homomorphismen $\omega : G \to G_1 \times G_2$ bijektiv den geordneten Paaren (ω_1, ω_2) von Homomorphismen $\omega_i : G \to G_i$ entsprechen. Folgere daraus die universelle Eigenschaft des direkten Produktes.

2. Sei $G = G_1 \times G_2$ das direkte Produkt von G_1 und G_2. Was ist die Ordnung von (g_1, g_2) in G wenn die Ordnung von g_1 in G_1 gleich n_1 und die Ordnung von g_2 in G_2 gleich n_2 ist? Bestimme damit die Elemente der Ordnung 5 sowie der Ordnung 25 in $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_{25}$.

3. Sei G eine Gruppe und M eine Menge auf der G operiert. Zeige, dass durch $m_1 \sim m_2 :\Leftrightarrow \exists g \in G$: $m_1 = gm_2$ eine Äquivalenzrelation auf M gegeben ist. Wie sehen die Klassen bzgl. dieser Äquivalenzrelation aus?

4. Sei G eine Gruppe. Zeige, dass durch die Vorschrift $(g, H) \mapsto gHg^{-1}$ eine Aktion von G auf der Menge ihrer Untergruppen gegeben ist. Bestimme die Zerlegung in Klassen (gem. der vorigen Aufgabe) für $G = \mathscr{S}_3$.