Algebra I

Übung, LVA 405.091
C. Fuchs

5. Übungsblatt, WS 2018/19 **05.11.2018**

1. Überprüfe jeweils, ob H eine Untergruppe von G ist:

   a) $G = \mathrm{GL}_2(\mathbb{R}), H = \{A \in G; \det A = 1\}$;
   b) $G = \mathscr{D}_{10}, H$ die Menge der Spiegelungen;
   c) $G = \mathbb{Q}, H = \{a/b; a, b \in \mathbb{Z}, 2 \nmid b\}$.

2. Sei G eine Gruppe. Zeige, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

   a) H ist eine Untergruppe von G;
   b) $H \subseteq G$ ist mit der Operation von G eine Gruppe;
   c) $H \subseteq G$ ist abgeschlossen bzgl. dem neutralen Element, Inversenbildung und bzgl. der Operation von G.

3. Seien H und K Untergruppen einer Gruppe G. Zeige: $H \cup K$ ist genau dann eine Untergruppe von G, wenn $H \subseteq K$ oder $K \subseteq H$.

4. Sind α, β Homomorphismen? Falls ja, ist er injektiv/surjektiv/bijektiv?

   a) G die Gruppe der positiven reellen Zahlen mit Multiplikation als Verknüpfung, H gleich $\mathbb{R}$ (mit Addition), $\alpha : G \to H, a \mapsto \log_{10} a$;
   b) $\beta : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, a \mapsto a + 1$.