

Algebra I

Übung, LVA 405.091

C. Fuchs

4. Übungsblatt, WS 2018/19

29.10.2018

1. Sei m eine feste natürliche Zahl und $\mathbb{Z}_m := \{0, 1, \dots, m-1\}$. In \mathbb{Z}_m sei eine Verknüpfung \oplus definiert durch:

$$a \oplus b := \begin{cases} a + b, & \text{falls } a + b < m, \\ a + b - m, & \text{falls } a + b \geq m. \end{cases}$$

Zeige, dass \mathbb{Z}_m mit \oplus eine abelsche Gruppe bildet. Bestimme zudem die Gruppenordnung sowie die Ordnung der Elemente.

2. Sei M eine Menge und $\mathcal{S}_M = \{f : M \rightarrow M; f \text{ bijektiv}\}$. Zeige, dass \mathcal{S}_M mit der Abbildungskomposition \circ eine Gruppe bildet, und stelle für $M = \{1, 2, 3\}$ die Operationstafel von \mathcal{S}_M auf.
3. Bestimme alle Elemente sowie alle Ordnungen der symmetrischen Gruppe \mathcal{S}_3 . Wie lautet die Gruppenordnung?
4. Stelle für die Diedergruppe \mathcal{D}_3 die Operationstafel auf. Bestimme zudem die Gruppenordnung sowie die Ordnung der Elemente.