

# Algebra I

Übung, LVA 405.091

C. Fuchs

## 10. Übungsblatt, WS 2018/19

10.12.2018

---

1. Sei  $G$  eine endliche abelsche Gruppe und  $H$  eine Untergruppe von  $G$ . Zeige, dass  $\exp(H)$  und  $\exp(G/H)$  Teiler von  $\exp(G)$  sind.
2. Folgere aus der Klassengleichung: Ist  $G \neq \{e\}$  eine endliche  $p$ -Gruppe, so ist  $Z(G) \neq \{e\}$ .
3. Sei  $G$  eine endliche  $p$ -Gruppe, die auf der endlichen Menge  $M$  operiert. Zeige für die Menge  $M^G := \{m \in M; \forall g \in G: gm = m\}$ , dass  $|M| \equiv |M^G|$  modulo  $p$  gilt.  
*Zusatz für Ambitionierte:* Folgere daraus die ersten beiden Teile des 2. Satzes von Sylow.
4. Bestimme alle  $p$ -Sylow-Untergruppen von  $\mathbb{Z}/242160\mathbb{Z} = \mathbb{Z}/(10 \cdot 12 \cdot 2018)\mathbb{Z}$ .