

# Lineare Algebra II und Geometrie

Übung, LVA 405.081-3

C. Fuchs, C. Hutle, C. Karolus

1. Übungstest, WS 2017/18

27.10.2017

Name:.....

Matrikelnummer:.....

---

Wichtige Bemerkungen:

- **Alle Rechenschritte (inklusive Zwischenresultate und Lösungswege) sind anzugeben und alle Antworten genau zu begründen!**
- Schreiben Sie in blauer oder schwarzer Farbe, verwenden Sie keine rote Farbe und keine Bleistifte.
- Erlaubte Hilfsmittel: Es sind keine schriftlichen Hilfsmittel und nur einfache Taschenrechner (mit einer Ausgabezeile) erlaubt.
- **Arbeitszeit:** 45 Minuten

1. Gegeben sei die folgende reelle Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 6 & 6 \\ -12 & 2 & 12 & 12 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (2 Punkte) Zeige, dass der Vektor  $v = {}^t(-1, -3, 1, -1)$  ein Eigenvektor von  $A$  ist.
- (1 Punkt) Wie lautet der zu  $v$  zugehörige Eigenwert?
- (1 Punkt) Gib einen von  $v$  verschiedenen Eigenvektor von  $A$  an.
- (3 Punkte) Bestimme die Determinante von  $A$ . (Zur Kontrolle: Die Antwort ist  $-8$ .)
- (1 Punkt) Welche weiteren ganzzahligen Eigenwerte kann es geben?

2. Gegeben sei die folgende reelle Matrix:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (2 Punkte) Berechne das charakteristische Polynom der Matrix  $B$ . (Bemerkung: Das Polynom kann auch in faktorisierter Form angegeben werden; ausmultiplizieren ist nicht erforderlich.)
- (3 Punkte) Bestimme die Eigenwerte inklusive der algebraischen Vielfachheiten.
- (3 Punkte) Bestimme die geometrischen Vielfachheiten der Eigenwerte von  $B$ .
- (4 Punkte) Bestimme Basen für die Eigenräume von  $B$ .