Lineare Algebra II und Geometrie

Übung, LVA 405.081-3
C. Fuchs, C. Hutle, C. Karolus

7. Übungsblatt, WS 2017/18 — 30.11.2017

1. Gegeben sei die reelle Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$
Berechne die JNF sowie eine Matrix $P \in \mathrm{GL}_6(\mathbb{R})$ mit $P^{-1}AP = J$. Wie lautet das Minimalpolynom von A?

2. Sei V ein 6-dimensionaler $\mathbb{C}$-Vektorraum und $\varphi \in \mathrm{End}(V)$ bzgl. einer Basis β von V gegeben durch
$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$
Es sei bekannt, dass einer der Eigenwerte von φ gleich i ist und dass es insgesamt nur 2 verschiedene Eigenwerte gibt. Berechne mit diesem Wissen die JNF von φ.

3. Sei V ein 9-dimensionaler $\mathbb{R}$-Vektorraum und $\varphi \in \mathrm{End}(V)$ mit $P_\varphi(x) = (x+3)x^2(x-2)^6, M_\varphi(x) = (x+3)x(x+2)^3$. Bestimme alle möglichen JNF von φ.

4. Sei
$$C = \begin{pmatrix} 9 & -1 & 9 & -5 \\ 26 & -2 & 32 & -18 \\ -7 & 1 & -7 & 5 \\ -4 & 1 & -5 & 6 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$
Verwende die JNF von C, um C^{2017} zu berechnen.