

Lineare Algebra II und Geometrie

Übung, LVA 405.081-3
C. Fuchs, C. Hutle, C. Karolus

6. Übungsblatt, WS 2017/18

23.11.2017

1. Sei $M_A(x) = x^r + \eta_1 x^{r-1} + \dots + \eta_r \in K[x]$ das Minimalpolynom einer Matrix $A \in K^{n \times n}$. Zeige:
 - a) A ist genau dann regulär, wenn $\eta_r \neq 0$.
 - b) Falls A regulär ist, so ist A^{-1} ein Polynom in A vom Grad $r - 1 < n$.
2. Suche (und finde) eine Matrix dessen Minimalpolynom gleich $x^3 - 8x^2 + 5x + 7$ ist.
3. Sei $\varphi \in \text{End}(V)$. Zeige, dass $\{0\}$, V , $\ker(\varphi)$ und $\text{im}(\varphi)$ φ -invariante Unterräume von V sind. Bestimme zudem alle φ -invarianten Unterräume von \mathbb{R}^2 , wobei $\varphi = \varphi_A$ und

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. Gegeben sei die Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

Berechne jeweils eine Basis der Haupträume von $\varphi = \varphi_B$ zu den Eigenwerten 2, -3 und 6. Entspricht diese Basis der Situation in 2.3.7?