# Lineare Algebra II und Geometrie

**Übung, LVA 405.081-3**

**C. Fuchs, C. Hutle, C. Karolus**

## 2. Übungsblatt, WS 2017/18 — 12.10.2017

1. Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}.$$

   Beschreibe geometrisch die folgenden linearen Abbildung:

   a) $f_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, x \mapsto Ax,$
   b) $f_2 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, x \mapsto Bx,$
   c) $f_3 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, x \mapsto ABx,$
   d) $f_4 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, x \mapsto BAx.$

   Gib zudem jeweils das Spektrum an.

2. Bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} 4 & 11 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Man berechne die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} -2 & -8 & -12 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Zeige: Wenn eine Matrix $A$ einen Eigenwert $\lambda$ hat, so hat $A^2$ den Eigenwert $\lambda^2$. Verallgemeinere den Sachverhalt. Gib ein Beispiel dafür an, dass die Umkehrung nicht gilt.