

Diskrete Mathematik

Übung, LVA 405.021-3, M.B.114

C. Fuchs, M. Hittmeir, B. Schratzberger

5. Übungsblatt, WS 2017/18

09.01.2018

1. Ein Passwort kann aus sechs bis acht Zeichen bestehen (Kleinbuchstaben oder Ziffern). Wie viele mögliche Passwörter gibt es? Angenommen, mindestens eines der Zeichen des Passwortes muss eine Ziffer sein. Wie viele mögliche Passwörter gibt es dann?
2. Sei \mathcal{M} ein aus 4-elementigen Teilmengen von $\underline{8} = \{1, \dots, 8\}$ bestehendes Mengensystem mit der Eigenschaft, dass jede natürliche Zahl zwischen 1 und 8 in genau drei Elementen der Menge \mathcal{M} enthalten ist. Bestimme die Mächtigkeit von \mathcal{M} . Gibt es ein aus 3-elementigen Teilmengen bestehendes Mengensystem wie oben, sodass jede Zahl in genau fünf Elementen der Menge liegt?
3. In einem Turnier mit n Spielern spielt jeder gegen jeden genau einmal. Angenommen jeder Spieler gewinnt mindestens einmal. Zeige, dass es mindestens zwei Spieler mit derselben Anzahl von Siegen gibt.
4. Finde die kleinste natürliche Zahl n , sodass jede n -elementige Teilmenge von $\underline{9}$ a) bzw. b) erfüllt: a) die Summe von zwei der n Zahlen ist gerade, b) die Differenz von zwei der n Zahlen ist gleich 5.
5. Angenommen drei Männer und fünf Frauen sind auf einer Veranstaltung. Zeige, dass jeweils mindestens zwei Frauen nebeneinander stehen wenn die Personen sich in einer Reihe aufstellen müssen.
6. Begründe die Richtigkeit des Verallgemeinerten Schubfachschlussprinzips: Wenn m Kugeln auf k Fächer aufgeteilt werden, dann gibt es ein Fach, in dem sich mindestens $\lfloor (m-1)/k \rfloor + 1$ Kugeln befinden. Zeige damit:
 - a) In einer Gruppe von 37 Menschen gibt es mindestens vier, die im gleichen Monat geboren sind.
 - b) Wieviele Personen sind notwendig, damit mindestens drei am selben Wochentag ihren Geburtstag feiern.
7. Die 50 Teilnehmer eines Seminars wurden nach der Beherrschung der Fremdsprachen Englisch, Französisch und Russisch befragt. Dabei ergaben sich folgende Ergebnisse: 27 können Englisch, 15 können Französisch, 10 können Russisch, 14 können nur Englisch, 8 können nur Französisch, 3 können nur Russisch. Bestimme daraus die Anzahl der Teilnehmer, die keine der drei Sprachen berrschen.
8. In 32 Haushalten werden Papier oder Flaschen oder beides (zu Zwecken des Recyclings) gesammelt. 30 Haushalte sammeln Papier und 14 sammeln Flaschen. Wie viele Haushalte sammeln Papier und Flaschen, wie viele sammeln nur Papier und wie viele sammeln nur Flaschen?