Diskrete Mathematik

Übung, LVA 405.021-3, M_B.114

C. Fuchs, M. Hittmeir, B. Schratzberger

2. Übungsblatt, WS 2017/18 — 05.12.2017

1. Gegeben seien Mengen $A = \{a_1, \ldots, a_m\}, B = \{b_1, \ldots, b_n\}$ und eine Relation $R \subseteq A \times B$. Die Adjazenzmatrix von R ist dann definiert als die $m \times n$-Matrix M_R definiert durch $M_R((i,j)) = 1$ falls $a_i R b_j$ und $= 0$ sonst. Bestimme die Adjazenzmatrizen zu den Relationen von Aufgabe 3 des 1. Übungsblattes. Welche spezielle Eigenschaften haben die Adjazenzmatrizen von reflexiven und symmetrischen Relationen? Welche Eigenschaften ergeben sich bei Abbildungen?

2. Definiere für Multimengen die Relation $\subseteq$ sowie den Durchschnitt und die Vereinigung von Multimengen.

3. Sei G eine Multimenge über A. Definiere für $M \subseteq G$ das Komplement M^c von M in G. Gelten die Gesetze von de Morgan?

4. Gegeben sei die Permutation $\pi = (147)(258)(369)$ in $\mathscr{S}_{10}$. Gib die Matrixdarstellung von π an, sowie die Zyklendarstellung von π^{-1}. Gib eine Darstellung von π als Produkt von Transpositionen an und berechne das Signum dieser Permutation.

5. Seien $\pi = (1357)(246)(89)$ und $\rho = (1248)(35)(79)$ Permutation vom Grad 9. Berechne $\rho\pi\rho^{-1}$.

6. Gegeben seien die beiden Permutationen $\sigma = (2437)(5698)$ und $\pi = (2539)(4876)$. Stelle beide Permutationen als Produkt von Transpositionen dar, bestimme damit ihr Signum, und berechne $\sigma\pi\sigma^{-1}$.

7. Sei $\mathscr{A}_n$ die Menge der geraden Permutationen von n. Zeige, dass $\mathscr{S}_n \backslash \mathscr{A}_n = \{\sigma\tau; \sigma \in \mathscr{A}_n\} =: \mathscr{A}_n\tau$ für jede ungerade Permutation $\tau \in \mathscr{S}_n$ gilt.

8. Sei $n \geq 2$ und $\tau_0 = (12)$. Zeige, dass es zu jeder beliebigen Transposition $\tau \in \mathscr{S}_n$ ein $\sigma \in \mathscr{S}_n$ mit $\tau = \sigma\tau_0\sigma^{-1}$ gibt.