

Diskrete Mathematik

LVA 405.020

C. Fuchs

Prüfungsinformationen und -katalog, WS 2017/18

31.01.2018

Die Vorlesungsprüfung ist schriftlich (90 Minuten) und richtet sich nach dem Vorlesungsstoff. Neben Rechenfertigkeiten sollten die wichtigsten Resultate aus der Vorlesung wiedergegeben werden können. Ausserdem sollte man, die in diesen Sätzen auftretenden Begriffe erklären, sowie die wichtigsten Beweisideen angeben können.

Hier eine Liste von möglichen Prüfungsfragen aufgelistet in der Reihenfolge der zugehörigen Kapitel:

1. Was versteht man unter einer Familie? Erkläre damit die Begriffe unendliche Folge, endliche Folge, Matrix, Wort.
2. Zeige, dass endliche Folgen der Länge n über der Menge A und die Elemente von A^n bijektiv aufeinander abgebildet werden können.
3. Was ist eine Multimenge?
4. Was versteht man unter einer Permutation? Welche Darstellungsformen gibt es?
5. Erkläre wie die (eindeutige) Zykeldarstellung einer Permutation entsteht.
6. Was versteht man unter einem n -Zykel? Was unter einem Fixpunkt und unter einer Transposition?
7. Zeige, dass jede Permutation als Produkt von Transpositionen geschrieben werden kann.
8. Definiere das Signum einer Permutation. Welche Eigenschaften gelten?
9. Zeige, dass das Signum wohldefiniert ist.
10. Definiere die Determinanten einer quadratischen Matrix.
11. Nenne die Peano-Axiome?
12. Wie lautet die Beweismethode der vollständigen Induktion? Welche Varianten gibt es?
13. Wie sind Addition und Multiplikation natürlicher Zahlen definiert?
14. Wie ist die Ordnung auf den natürlichen Zahlen definiert?
15. Welche Eigenschaften haben Addition, Multiplikation und die Ordnungsrelation natürlicher Zahlen?
16. Wann heißt eine Menge endlich und wann unendlich?
17. Charakterisiere unendliche Mengen (inklusive Beweis).
18. Was versteht man unter Gleichmächtigkeit von Mengen?
19. Wann heißt eine Menge abzählbar und wann überabzählbar?

20. Zeige, dass \mathbb{Q} eine abzählbare Menge ist.
21. Zeige, dass \mathbb{R} eine überabzählbare Menge ist.
22. Zeige, dass die Potenzmengen von \mathbb{N}_0 überabzählbar ist.
23. Wie werden die Kardinalitäten von Mengen miteinander verglichen?
24. Zeige, dass die Kardinalität einer Menge immer kleiner als die Kardinalität der Potenzmenge ist.
25. Was besagt die Kontinuumshypothese?
26. Was besagt das Gleichheitsprinzip?
27. Was besagt das Additionsprinzip?
28. Was besagt das Prinzip des doppelten Abzählens?
29. Was besagt das Multiplikationsprinzip?
30. Was besagt das Schubfachschlussprinzip?
31. Was besagt das Inklusions-Exklusions-Prinzip?
32. Begründe die Richtigkeit des Inklusions-Exklusions-Prinzips.
33. Wie lautet das Siebprinzip?
34. Beschreibe die Grundprobleme der klassischen Kombinatorik? Welche Interpretationen gibt es?
35. Was versteht man unter einer k -Kombination von n ? Gib mindestens drei verschiedenen Beschreibungen.
36. Definiere den Binomialkoeffizienten (wie in der LV) und nenne Eigenschaften.
37. Beweise die Rekursionsformel für Binomialkoeffizienten.
38. Was versteht man unter dem Pascalschen Dreieck?
39. Gib Beispiele für Identitäten mit Binomialkoeffizienten.
40. Wie lautet der binomische Lehrsatz?
41. Was versteht man unter einer k -Repetition von n ? Gib mindestens drei verschiedene Beschreibungen.
42. Wieviele k -Repetitionen von n gibt es? Begründe die Antwort (durch Angabe eines Beweises).
43. Was versteht man unter einer k -Permutation von n ? Gib drei verschiedenen Beschreibungen.
44. Wieviele k -Permutationen von n gibt es? Begründe die Antwort (durch Angabe eines Beweises).

45. Was versteht man unter den Stirling-Zahlen 1. Art?
46. Welche Eigenschaften gelten für Stirling-Zahlen 1. Art?
47. Beweise die Rekursionsformel für die Stirling-Zahlen 1. Art.
48. Beweise eine Formel für die Anzahl der fixpunktfreien Permutationen von n .
49. Was versteht man unter einer k -Variation von n ?
50. Wieviele k Variationen von n gibt es. Begründe die Antwort (durch Angabe eines Beweises).
51. Was versteht man unter dem Typ einer k -Variation von n ?
52. Was zählt der Multinomialkoeffizient und wie wird er ausgewertet (inklusive Beweis).
53. Was ist eine wachstumsbeschränkte Wort?
54. Was ist eine k -Partition von n ?
55. Wie stehen wachstumsbeschränkte Wörter und Partitionen zu einander in Beziehung (inklusive Begründung)?
56. Was sind die Stirling-Zahlen 2. Art?
57. Zeige die Rekursionsformel für die Stirling-Zahlen 2. Art.
58. Wieviele surjektive Abbildung von \underline{k} auf \underline{n} gibt es (inklusive Begründung)?
59. Was versteht man unter einer geordneten k -Zahlpartition von n ? Gib zudem eine alternative Beschreibung.
60. Wieviele geordnete k -Zahlpartitionen von n gibt es? Begründe die Antwort (durch Angabe eines Beweises).
61. Was versteht man unter einer ungeordneten k -Zahlpartition von n ? Gib zudem eine alternative Beschreibung.
62. Formuliere und beweise die Rekursionsformel für $P(n, k)$.
63. Was versteht man unter einem Graphen? Erkläre zudem die folgenden Begriffe: Ordnung, Größe, adjazent, inzident, Diagramm.
64. Was versteht man unter dem Grad eines Knoten? Was ist die Gradfolge eines Graphen?
65. Erkläre das Handschlaglemma sowie die daraus resultierende Folgerung.
66. Was versteht man unter einem Teilgraph? Was sind erzeugte Teilgraphen?
67. Wann nennt man zwei Graphen isomorph? Was ist ein Automorphismus?
68. Was versteht man unter einem Weg. Wann heißt ein Weg einfach, wann ein Kreis?
69. Was sind die Zusammenhangskomponenten eines Graphen?
70. Wann nennt man einen Graphen z.s.h.?

71. Wie lässt sich auf Graphen eine Distanzmessung definieren?
72. Zeige, dass die Distanz auf Graphen eine Metrik bildet.
73. Erkläre die Begriffe Wald, Baum, Spannbaum und Brücke.
74. Zeige, dass jeder Baum mindestens zwei Blätter besitzt.
75. Zeige, dass ein z.s.h. Graph genau dann ein Baum ist, wenn...
76. Zeige, dass jeder z.s.h. Graph einen Spannbaum besitzt.
77. Erkläre Breitensuche.
78. Erkläre Tiefensuche.
79. Was versteht man unter einem bipartiten Graphen?
80. Charakterisiere z.s.h. bipartite Graphen.
81. Was versteht man unter einem planaren Graphen?
82. Wie lautet die Eulersche Polyederformel?
83. Beweise die Eulersche Polyederformel.
84. $m \leq 3n - 6$
85. Was versteht man unter der Adjazenzmatrix eines Graphen?
86. Was versteht man unter der Inzidenzmatrix eines Graphen?
87. Was versteht man unter einem gerichteten Graphen?
88. Was versteht man unter einem Wegenetz?