Grundlagen der Mathematik

LVA 405.010

C. Fuchs
Inhaltsübersicht **22.11.2016**

Inhaltsübersicht

Die universitäre Mathematik unterscheidet sich von der Schulmathematik vor allem darin, dass nicht das "was" oder "wie" sondern vor allem das "warum" im Zentrum des Interesses steht. Um diese Frage überhaupt behandeln zu können, wird quasi bei Null begonnen und die Mathematik auf eine solide Basis gestellt. Die Vorbereitungen dazu werden in der VU *Grundlagen der Mathematik* geliefert. Wir beginnen mit einer Einführung in die Grundlagen der Logik und wenden uns anschließend den Grundlagen der Mengenlehre zu. Anschließend behandeln wir Funktionen und Relationen.

Die Vorlesung behandelt (voraussichtlich) die folgenden Themen:

§1. Grundlagen der Logik
Aussagenlogik, Prädikatenlogik, Beweistechnik

§2. Grundlagen der Mengenlehre
Mengen und Elemente, axiomatische Mengelehre, kartesisches Produkt und Relationen

§3. Relationen und Funktionen
homogene Relationen, Abbildungen

Bei Fragen oder Bemerkungen (speziell Hinweise auf Fehler aller Art sind willkommen) schicken Sie ein Email an clemens.fuchs@sbg.ac.at.

§1. Grundlagen der Logik

1.1 Aussagenlogik

<u>1.1.1</u> Aussagen
Beispiele: $3 + 2 = 5$. 7 ist eine Primzahl. New York ist die Hauptstadt der USA. Paris liegt in England. Wohin gehst du? Sei x eine Primzahl. Wien ist die Hauptstadt von Österreich. $1 + 5 = 6$. 5 ist kleiner als 3. Guten Abend! $x + 3 = 5$. Heute ist Montag.

<u>1.1.2</u> Verknüpfung von Aussagen
Beispiele: Verneinen Sie: a) Der Tank ist voll. b) Alle Studenten sind anwesend. c) Ich bin vor 1990 geboren. Geben Sie die Wahrheitswerte von $P \wedge Q, P \vee Q$: a) P: Wien liegt in Österreich, Q: Wien liegt in Deutschland. b) P: $2 < 3$, Q: $1 + 1 = 2$. Wenn New York die Hauptstadt der USA ist, dann gibt es keine Marsmännchen. "Wenn es neblig ist, dann ist die Sicht schlecht"

ist wahr: Was kann damit über die Sicht gesagt werden, wenn es nicht neblig ist?

<u>1.1.3</u> Aussageformen
Beispiele: $((P \wedge (P \to Q)) \to Q)$. $(w \vee ((P \to Q) \to Q))$. $P(x)$: $x < 100$, $P(3)$. Gegeben sind die Aussageformen $P(x)$: $x^2 < 15$ und $Q(x)$: $x^2 + 1 = 5$: a) Ist die Aussage $P(1)$ wahr oder falsch? b) Ist $Q(1)$ wahr oder falsch? c) Verneinen Sie $P(x)$ und $Q(x)$. d) Geben Sie Beispiele für Werte von x an, für die die verknüpfte Aussageform $P(x) \wedge Q(x)$ eine wahre bzw. eine falsche Aussage ist.

<u>1.1.4</u> Vereinfachung von Aussageformen
Beispiel: $P \wedge (Q \vee R) \to \neg Q \wedge P$.

<u>1.1.5</u> Zustände

<u>1.1.6</u> Erfüllbarkeit

<u>1.1.7</u> Gültigkeit=Tautologie, Kontradiktion
Beispiel: Die Aussageform $P \wedge (P \to Q) \to Q$ ist eine Tautologie.

<u>1.1.8</u> Formalisierung von Umgangssprache
Beispiel: "Wenn Du einen Regenmantel trägst, dann bleibst du trocken".

<u>1.1.9</u> Logischer Schluss
Beispiele: a) Es gilt "Nebel $\Rightarrow$ schlechte Sicht". Gilt auch "keine schlechte Sicht $\Rightarrow$ kein Nebel"? Gilt auch "schlechte Sicht $\Rightarrow$ Nebel"? b) Es gilt (für jedes x): "$x > 3 \Rightarrow x > 0$". Gilt auch $x \leq 0 \Rightarrow x \leq 3$"? Gilt auch "$x > 0 \Rightarrow x > 3$"?

<u>1.1.10</u> Äquivalenz
Beispiele: $(P \to Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$, $(P \leftrightarrow Q) \Leftrightarrow (P \to Q) \wedge (Q \to P)$, $(P \to Q) \Leftrightarrow (\neg Q \to \neg P)$. a) "$x$ ist eine gerade Zahl $\leftrightarrow$ x ist durch 2 teilbar" ist (für jedes x) eine wahre Aussage. Daher "x gerade $\Leftrightarrow$ x durch 2 teilbar". b) "$x > 3 \not\Leftrightarrow x > 0$".

<u>1.1.11</u> Notwendig vs. hinreichend (Übersicht)

<u>1.1.12</u> **Satz** (Rechenregel)

<u>1.1.13</u> Anwendung der Rechenregel
Beispiel: $\neg(P \wedge Q) \vee P$ ist eine Tautologie.

<u>1.1.14</u> Syntax und Semantik

1.2 Prädikatenlogik

<u>1.2.1</u> Objekt und Prädikat
Beispiel: "Betty ist eine Frau" und " Claire ist eine Frau" haben das Prädikat "Frau sein"

1.2.2 All-Aussage; Allquantor
Beispiele: a) Ist “Für alle Zahlen x gilt: $x+1>x$” eine wahre oder falsche Aussage? b) Ist die Aussage “Für alle natürlichen Zahlen x ist $x>3$” wahr oder falsch?. c) Formalisiere: “Jeder Mensch hat eine Seele”, “Alle Primzahlen größer als 2 sind ungerade”, “Alle lieben Betty”, “Jeder der Betty mag, mag auch Claire”, “Betty mag alle Teddies”. Noch ein Beispiel: Gilt “$1+2+3+\cdots+n=n(n+1)/2$ für alle natürlichen Zahlen n”?

1.2.3 Existenz-Aussage; Existenzquantor
Beispiele: a) Ist “Es existiert eine ganze Zahl x mit $x^2=4$” wahr oder falsch? b) Ist die Aussage “Es gibt eine natürliche Zahl x mit $x^2<0$” wahr oder falsch? c) Formalisiere: “Es gibt Genies”, “Es gibt eine gerade Primzahl”, “Jemand liebt Betty”.

1.2.4 Mehrfache Quantifizierung
Beispiel: “Jeder mag irgendjemanden”.

1.2.5 Quantifizierung vs. Konjunktion/Disjunktion
Beispiele: “Die Zahlen 2,3,5, und 7 sind Primzahlen”, “Eine der Zahlen 2,4,6 und 9 ist eine Primzahl”.

1.2.6 Beziehung zwischen All- und Existenzquantor
Beispiel: Verneinen Sie, indem Sie die All- in eine Existenzaussage umwandeln, bzw. umgekehrt, und sprachlich vereinfachen: a) Alle Menschen mögen Mathematik. b) Es gibt einen Studenten, der Spanisch spricht. c) $\forall x$: $x>3$. c) Formalisieren und verneinen Sie: “Nicht jeder ist verliebt”, “Es gibt keine Menschen, die nicht sterblich sind”.

1.2.7 Freie und gebundene Variablen
Beispiele: “Für alle x und für alle y existiert ein z, so dass $x+y=z$”, “Es existiert ein z, so dass $x+y=z$”.

1.2.8 Umbenennung von freien Variablen
Beispiel: $x\leq 1\wedge 2\leq y$.

1.3 Beweistechniken

1.3.1 Definition: $P(a):\Leftrightarrow Q, P:\Leftrightarrow Q$
Beispiel: $x\leq y:\Leftrightarrow x\geq y$ sofern $x\geq y$ bereits definiert ist.

Motivierende Beispiele: 1) Am Tatort liegt eine Tabakspfeife. Schluß: Also ist der Täter ein Pfeifenraucher. 2) Alle Menschen sind sterblich. Sokrates ist ein Mensch. Schluß: Also ist Sokrates sterblich. 3) Einige Hunde beißen. Fifi ist ein Hund. Schluß: Also beißt Fifi. 4) Alle Hunde beißen. Fifi ist ein Dackel. Schluß: Also beißt Fifi.
Beachte: Damit ein logischer Schluß war ist, müssen nicht unbedingt Prämissen und Conclusio wahr sein. Sonst wäre ja “Alle Menschen sind sterblich. Schluß: Der Mond ist rund.” ein logisch korrekter Schluß.

1.3.2 Abtrennungsregel (modus ponens): $A \wedge (A \to B) \Rightarrow B$
Beispiel: "Heute ist es schön", 'An jedem schönen Tag bin ich froh". Schlussfolgerung: "Heute bin ich froh".

1.3.3 Widerlegungsregel (modus tollens): $(A \to B) \wedge \neg B \Rightarrow \neg A$
Beispiel: "Heute bin ich traurig", "An jedem schönen Tag bin ich froh". Schlussfolgerung: " Heute ist es nicht schön".

1.3.4 Kettenschluss (modus barbara): $(A \to B) \wedge (B \to C) \Rightarrow (A \to C)$

1.3.5 Fallunterscheidung: $(A \vee B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C) \Rightarrow C$

1.3.6 Kontraposition: $(A \to B) \Leftrightarrow (\neg B \to \neg A)$
Beispiele: "An jedem schönen Tag bin ich froh" ist gleichbedeutend, dass "immer, wenn ich traurig bin, ist kein schöner Tag". "Wenn die Zahl 103823 durch 37 teilbar ist, dann ist sie keine Primzahl."

1.3.7 Direkter Beweis einer Äquivalenz: $(A \leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \to B) \wedge (B \to A))$

1.3.8 Indirekter Beweis oder Beweis durch Widerspruch (Reduction ad absurdum): $(\neg A \to f) \Leftrightarrow A$, f kann z.B. $B \wedge \neg B$ sein
Beispiele: $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, Satz von Euklid

1.3.9 Beweis einer allquantifizierten Aussage

1.3.10 Beweis einer Existenzaussage
Beispiel: $\exists x (< 1.$ Skewes-Zahl$)$: $\mathrm{Li}(x) < \pi(x)$

§2. Grundlagen der Mengenlehre

2.1 Mengen und Elemente

2.1.1 Der intuitive Mengenbegriff (nach Cantor), $\in, \notin$
Beispiel: $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, Menge der Buchstaben von OTTO ist $\{O, T\}$, $\mathbb{N}, \mathbb{Z}$

2.1.2 Darstellung von Mengen
Beispiel: $M = \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{x \in \mathbb{N}; 1 \leq x < 6\} = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x < 6\} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x < 6\}$, M sei die Menge aller ungeraden einstelligen Primzahlen, Primteiler von 315, ungeraden Zahlen zwischen 2 und 8. a) Zählen Sie die Elemente der Menge $A = \{x \in \mathbb{Z}; x^2 = 4\}$. b) Geben Sie die Menge $B = \{3, 4, 5\}$ in einer anderen Form an.

2.1.3 Gleichheit von Mengen + Eigenschaften
Beispiel: $\{1, 2, 1, 1, 3\} = \{3, 1, 2\}$.

2.1.4 Teilmengen
Beispiele: a) $\{1,2,3\} \subseteq \{0,1,2,3\}$, b) $\{1,2,3\} \subseteq \mathbb{N}$, c) $\{1,2,3\} \subseteq \{1,2,3\}$, d) $A = \{0,2,4\}$ ist keine Teilmenge von $B = \{2,4,6,8\}$. e) Aus der Definition der leeren Menge folgt $\emptyset \subseteq A$ für alle Mengen A.

2.1.5 **Satz** $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A$.

2.1.6 Weitere Eigenschaften: $\subseteq$ ist eine Halbordnungsrelation

2.1.7 Die leere Menge
Beispiel: $S = \{x \in \mathbb{N}; x = x + 1\} = \emptyset$.

2.1.8 Verknüpfung von Mengen: Durchschnitt, Komplement, Vereinigung
Beispiel: $A = \{1,2,3\}, B = \{2,4,5\}$ (Venn-Diagramme), $\{2,3,4\} \cap \{3,4,7\}$, $\{1,2,3\} \cap \mathbb{N}$, $\{u,v\} \cap \{x,y\}$, $\{1,2,3\} \cup \{3,4\}$, $\{u,v\} \cup \{x,y\}$, $\{1,2,3\} \cup \mathbb{N}$, $\{1,2,3\} \backslash \{3,4\}$, $\{u,v\} \backslash \{x,y\}$, $\mathbb{N} \backslash \{1\}$

2.1.9 **Satz** Monotonie von $\subseteq$, inf und sup.

2.1.10 **Satz** (Rechenregel)

2.1.11 Komplementärmenge

2.1.12 Mengensysteme und Potenzmenge
Beispiel: Potenzmenge von $\{1,2,3\}$

2.1.13 **Satz** Anzahl der Elemente der Potenzmenge.

2.1.14 Durchschnitt und Vereinigung von Mengensystemen

2.1.15 **Satz** (Eigenschaften)

2.1.16 Partitionen
Beispiel: Partitionen von $\{1,2,3\}$

2.1.17 Antinomien
Beispiel: Russellsche Antinomie $\{x; x \notin x\}$, S1A1

2.2 Axiomatische Mengenlehre

2.2.1 Vorbereitungen: Axiome
Axiome sind Lehrsätze, die als wahr erkannt werden, ohne sie auf irgendeine Weise zu begründen. Das Axiomensystem der Mengenlehre wird in der Prädikatenlogik erster Stufe formuliert und fußt auf den nicht weiter definierten Begriffen Menge und Element.

2.2.2 Axiome der Elementbeziehung und Existenz
M1: $\forall A : \forall B : A \in B \vee A \notin B$
M2: $\forall A : \exists B : A \in B$

2.2.3 Axiom der Identität/Bestimmtheit, Extensionalitätsaxiom
M3: $\forall A, B : (A = B \leftrightarrow \forall C : (C \in A \leftrightarrow C \in B))$
Zwei Mengen sind genau dann gleich, wenn sie dieselben Elemente enthalten.

2.2.4 Leermengenaxiom, Nullmengenaxiom
M4: $\exists A$ oder $\exists B : \forall A : \neg(A \in B)$
Es gibt eine Menge ohne Elemente.

2.2.5 Teilmengenaxiom, Aussonderungsaxiom
M5: Für jedes einstellige Prädikat P gilt: $\forall A : \exists B : \forall C : (C \in B \leftrightarrow C \in A \wedge P(C))$
Es handelt sich um unendlich viele Axiome, je ein Axiom zu jedem einstelligen Prädikat P: Zu jeder Menge A existiert eine Teilmenge B von A, die genau die Elemente C von A enthält, für die $P(C)$ wahr ist.

2.2.6 Folgerungen aus 2.2.5
Es folgt, dass es genau eine solche Menge gibt, welche mit $\{C \in A; P(C)\}$ notiert wird.

2.2.7 Paarmengenaxiom
M6: $\forall A, B : \exists C : \forall D : (D \in C \leftrightarrow (D = A \vee D = B))$
Für alle A und B gibt es eine Menge C, die genau A und B als Elemente hat.
Die Menge $C = \{A, B\}$ ist eindeutig bestimmt. Gilt $A = B$ so schreiben wir $C = \{A\}$.

2.2.8 Vereinigungsaxiom
M8: $\forall A : \exists B : \forall C : (C \in B \leftrightarrow \exists D : (D \in A \wedge C \in D))$
Für jede Menge A gibt es eine Menge B, die genau die Elemente der Elemente von A als Elemente enthält.

2.2.9 Folgerungen aus 2.2.8

2.2.10 Potenzmengenaxiom
M7: $\forall A : \exists P : \forall B : (B \in P \leftrightarrow \forall C : (C \in B \rightarrow C \in A))$
Für jede Menge M gibt es eine Menge P, deren Elemente genau die Teilmengen von M sind.
Die Potenzmenge ist eindeutig bestimmt und wird mit $\mathcal{P}(A)$ bezeichnet.

2.2.11 Unendlichkeitsaxiom; $\mathbb{N}$ als kleinste induktive Menge
M9: $\exists A : (\exists X \in A : \forall Y : \neg(Y \in X) \wedge \forall X : (X \in A \rightarrow X \cup \{X\} \in A))$
Es gibt eine Menge A, die die leere Menge und mit jedem Element x auch die Menge $x \cap \{x\}$ enthält. Wir definieren dann $\mathbb{N}$ als die kleinste induktive Menge (also als Durchschnitt aller induktiven Mengen) und erhalten: $\mathbb{N} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \ldots\}$.

2.2.12 Fundierungsaxiom, Regularitätsaxiom

M10: $\forall A : (A \neq \emptyset \to \exists B : (B \in A \wedge \neg\exists C : (C \in A \wedge C \in B)))$
Jede nichtleere Menge A enthält ein Element B, so dass A und B disjunkt sind.

2.2.13 Ersetzungsaxiom
M11: Für jedes zweistellige Prädikat F gilt: $\forall X, Y, Z : (F(X, Y) \wedge F(X, Z) \to Y = Z) \to \forall A : \exists B : \forall C : (C \in B \leftrightarrow \exists D : (D \in A \wedge F(D, C)))$
Ist A eine Menge und wird jedes Element von A eindeutig durch eine beliebige Menge ersetzt, so geht A in eine Menge über.

2.2.14 Auswahlaxiom, Banach-Tarski-Paradoxon
Ist A eine Menge von paarweise disjunkten nichtleeren Mengen, dann gibt es eine Menge, die genau ein Element aus jedem Element von A enthält.

2.2.15 ZF, ZFC

2.3 Kartesisches Produkt und Relationen

2.3.1 Geordnete Paare

2.3.2 **Satz** $(x, y) = (u, v) \Leftrightarrow x = u \wedge y = v$.
Beispiel: $(1, 2) \neq (2, 1), (2, 2) \neq (2)$.

2.3.3 Produkt + Eigenschaft
Beispiel: $\{1, 2\} \times \{3, 4\}, \{1\} \times \{3, 4\}, \{3, 4\} \times \{1\}, \mathbb{N}^2$.

2.3.4 n-Tupel + Satz

2.3.5 Das kartesische Produkt

2.3.6 Homogene und inhomogene Relationen
Beispiele: Senkrechtstehen auf der Menge aller Geraden einer Ebene, Sichschneiden auf der Menge aller geometrischen Figuren, Kongruenz auf der Menge aller Vielecke, Verwandtschaft von Menschen; Enthaltensein eines Punktes auf einer Geraden, Zugehörigkeit eines Mitarbeiters zu einer Firma.

2.3.7 Spezielle Relationen

2.3.8 Inverse Relation
Beispiel: ist früher als

2.3.9 Definitions- und Wertebereich

2.3.10 Urbild- und Bildmenge
Beispiel: $R = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a)\}$ von $\{1, 2, 3\}$ nach $\{a, b, c, d\}$.

2.3.11 Darstellung von Relationen: Pfeildiagramme und Adjazenzmatrizen
Beispiel: $R = \{(1,b),(1,c),(3,b),(4,a),(4,c)\}$ von $\{1,2,3,4\}$ nach $\{a,b,c,d\}$.

2.3.12 Komposition
Beispiel: $R = \{(1,c),(2,a),(2,b),(3,c)\}, S = \{(a,\alpha),(a,\beta),(b,\gamma),(c,\beta)\}$.

2.3.13 **Satz** $(R^{-1})^{-1} = R, (R \circ S) \circ T = R \circ (S \circ T), (R \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ R^{-1}, I \circ R = R = R \circ I, P \subseteq Q \wedge R \subseteq S \Rightarrow P \circ R \subseteq Q \circ S$, wobei I die identische Relation bezeichnet.

§3. Relationen und Funktionen

3.1 Homogene Relationen

3.1.1 Digraphen
Beispiel: $V = \{a,b,c,d\}, E = \{(a,b),(b,c),(c,d),(d,b)\}$

3.1.2 Wege und Kreise
Beispiel: $(a,b,c,d),(b,c,d,b),(c,d,b,c),(d,b,c,d)$

3.1.3 Äquivalenzrelation
Beispiel: $\{(a,b),(a,c)\}$,$\{(a,b),(b,c)\}$,$A = \{a,b,c\}$

3.1.4 Äquivalenzklasse, Quotientenmenge, Vertretersystem
Beispiel wie oben.

3.1.5 **Satz** Quotientenmengen sind Partitionen und umgekehrt.

3.1.6 Halbordnungen
Beispiele: $\subseteq$ auf der Potenzmenge von A, $\leq$ auf $\mathbb{N}$.

3.1.7 **Satz**

3.1.8 Hasse-Diagramme
Beispiele: $(\{1,2,3,4,5,6,7,8\}, |), (\{1,2,3,4\}, \leq)$.

3.1.9 Linearordnung
Beispiele: $(\mathbb{N}, \leq)$, $(\mathbb{N}, |)$, lexikographische Ordnung

3.1.10 Spezielle Elemente in Halbordnungen
Wie oben.

3.1.11 Eigenschaften

3.1.12 Hüllen

Beispiele

3.1.13 **Satz** (Eigenschaften)

3.2 Abbildungen

3.2.1 Abbildungsbegriff
Beispiele

3.2.2 **Satz** Gleichheit von Abbildungen

3.2.3 **Satz** Komposition

3.2.4 **Satz** Eigenschaften der Komposition

3.2.5 Abbildungsdiagramme

3.2.6 injektiv, surjektiv, bijektiv

3.2.7 **Satz**

3.2.8 **Satz** inverse Abbildung

3.2.9 **Satz** $f : A \to B$ mit $|A| = |B|$.

3.2.10 Familien und Folgen
Beispiele: Wörter, Matrizen

3.2.11 **Satz** Folgen vs. n-Tupel
Beispiel: $A = \{a, b\}$.

3.2.12 Multimengen
Beispiele: $f : \underline{3} \to \mathbb{N}$ mit $f(1) = 2, f(2) = 1, f(3) = 1$; Auswahl n aus k mit Wiederholungen und ohne Rücksicht auf die Reihenfolge

3.2.13 Permutationen
Beispiel: (12)(34567), (1247)(35)(6)

3.2.14 Zykel, Transposition, Fixpunkt, Zyklendarstellung, Interpretation als Zusammensetzung von Abbildungen
Beispiele: $\mathscr{S}_1, \mathscr{S}_2$ ... Drehgruppe des Stabes, $\mathscr{S}_3$ ... Drehgruppe des gleichseitigen Dreiecks

3.2.15 **Satz** $\pi = \tau_1 \cdots \tau_r$

3.2.16 **Satz** Signum ist wohldefiniert

3.2.17 Signum + Eigenschaften

3.2.18 Determinante einer $n \times n$-Matrix

§A. Zusammenfassung

A.1 Grundlagen der Logik:
Aussagen, Aussageformen, Verknüpfungsoperatoren: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\neg$, Tautologie & Kontradiktion, Rechenregeln, Syntaktisches & semantisches Schliessen, Prädikate und Variablen, All- und Existenzquantor, Beweistechniken (direkter Beweis, indirekter Beweis, Kontraposition, Fallunterscheidung, Kettenschluss)
Wichtige Sätze: 1.1.12

A.2 Grundlagen der Mengenlehre:
Naive Mengenlehre, Gleichheit von Mengen, Teilmengen, leere Menge, Verknüpfungsoperatoren: $\cap$, $\cup$, $\setminus$, ^{c}, Rechenregeln, Mengensysteme und Potenzmenge, Partitionen, Antinomien, Axiomatische Mengelehre, Geordnete Paare, kartesisches Produkt, Homogenen und inhomogene Relationen, $^{-1}$, $\circ$, Rechenregeln
Wichtige Sätze: 2.1.5, 2.1.13, 2.3.2

A.3 Relationen und Funktionen:
Digraphen und Grundbegriffe, Äquivalenzrelationen $\leftrightarrow$ Partitionen, Halbordnungsrelationen, linear, min-max, kl.-gr., Hüllen, Abbildungen inkl. inj., surj., bij. und Eigenschaften, Familien, Folgen, Multimengen, Permutationen + Transpositionen, Zykeln, Signum
Wichtige Sätze: 3.1.5, 3.2.7+8, 3.2.15+16

§C. Literatur

1. K.-H. Zimmermann, Diskrete Mathematik, Books on Demand, 2006, ISBN978-3-8334-5529-2
2. M. Aigner, Diskrete Mathematik, Vieweg+Teubner, 2009, ISBN978-3-8348-0084-8
3. A. Beutelspacher und M.-A. Zschiegner, Diskrete Mathematik für Einsteiger, Vieweg+ Teubner, 2011, ISBN978-3-8348-1248-3
4. G.+S. Teschl, Mathematik für Informatiker (Band 1, Diskrete Mathematik und Lineare Algebra), Springer, 2008, ISBN978-3540-77431-0