Grundlagen der Mathematik

Übung, LVA 405.010

C. Fuchs

7. Übungsblatt, WS 2016/17 — 22.11.2016

1. Welche der folgenden Relationen auf $A = \{a, b, c, d\}$ sind Abbildungen?

   a) $\{(a, d), (c, d), (d, a), (c, d), (b, a)\}$;
   b) $\{d, b), (a, b), (c, a), (d, b)\}$;
   c) $\{d, b), (c, b), (b, b), (a, b)\}$;
   d) $\{(d, a), (c, d), (a, b), (b, a), (a, a)\}$.

2. Berechne die Komposition fg und gf der reellwertigen Abbildungen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = 3x - 1$ und $g(x) = x^2 + 2$.

3. Welche der folgenden Abbildungen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$ sind injektiv, surjektiv oder bijektiv? a) $f(x) = 2^x$; b) $g(x) = x^3$; c) $h(x) = x^3 - x$.

4. Das folgende Abbildungsdiagramm sei kommutativ:

$$\begin{tikzcd}
A \arrow[r, "h_1"] \arrow[d, "f_1"'] & C \arrow[r, "h_2"] \arrow[d, "f_2"] & E \\
B \arrow[ur, "g_1"] \arrow[r, "k"] & D \arrow[ur, "g_2"] &
\end{tikzcd}$$

   Stelle die Abbildung $h_2 h_1 = h_1 \circ h_2$ auf so viele Arten wie möglich dar.

5. Geben Sie die Umkehrfunktion an und machen Sie die Probe: a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$; b) $f : [0, \infty) \to [0, \infty), f(x) = x^2$; c) $f : (-\infty, 0] \to [0, \infty), f(x) = x^2$.

6. Zeige, dass es zur jeden surjektiven Abbildung $f : A \to B$ eine eindeutig bestimmte Abbildung $g : A/\ker(f) \to B$ mit $g([a]) = f(a)$ gibt; zeige außerdem, dass diese Abbildung g bijektiv ist.

7. Invertiere die Permutation

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}.$$

   Gib außerdem die Zyklendarstellung von π an.

8. Seien $\pi = (1357)(246)(89)$ und $\rho = (1248)(35)(79)$ Permutation vom Grad 9. Berechne $\rho\pi\rho^{-1}$.