Grundlagen der Mathematik

Übung, LVA 405.010
C. Fuchs

5. Übungsblatt, WS 2016/17 — 08.11.2016

1. Sei $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3, 4\}$. a) $A \times B = ?$; b) $B \times A = ?$; c) Ist $\{1, 2\} \subseteq A \times B$? d) Ist $(1, 2) \in A \times B$? e) $A \backslash B = ?$ f) $B \backslash A = ?$ g) Berechne $A \times C \times D$ für die Mengen $C = \{a, b, c\}, D = \{1, 3\}$.

2. Zeige, dass die Festlegung des geordneten Paares (x, y) vom axiomatischen Aufbau der Mengenlehre getragen wird.

3. Seien A, B und C Mengen. Beweise $(A \times B) \cap (A \times C) = A \times (B \cap C)$ und $(A \times B) \cup (A \times C) = A \times (B \cup C)$.

4. a) Wie viele Relationen von $A = \{a, b, c\}$ nach $B = \{1, 2\}$ gibt es? b) Bestimme alle Paare der Relation $R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}; x + 3y = 13\}$.

5. Bestimme die zu $R = \{(a, 1), (a, 2), (b, 2)\}$ inverse Relation.

6. Sei $R = \{(1, y), (1, z), (3, z), (4, x), (4, z)\}$ eine Relation von $\{1, 2, 3, 4\}$ nach $\{x, y, z\}$. a) Ermittle $\mathrm{dom}(R)$ und $\mathrm{ran}(R)$. b) Berechne $R(\{1, 3\})$ und $R^{-1}(\{z\})$.

7. Sei $R = \{(1, a), (2, d), (3, a), (3, b), (3, d)\}$ eine Relation von $A = \{1, 2, 3, 4\}$ nach $B = \{a, b, c, d\}$ und $S = \{(b, x), (b, z), (c, y), (d, z)\}$ eine Relation von B nach $C = \{x, y, z\}$. Stelle beide Relationen durch Pfeildiagramme und Adjanzenzmatrizen dar und berechne $R \circ S$.

8. Zeige, dass für Relationen R, S und T auf A gilt $R \circ S \subseteq T \Leftrightarrow R^{-1} \circ \overline{T} \subseteq \overline{S}$ (Schrödersche Äquivalenz).