

Grundlagen der Mathematik

Übung, LVA 405.010

C. Fuchs

4. Übungsblatt, WS 2016/17

25.10.2016

- Beschreibe die folgenden Mengen: a) Die Menge aller ganzzahligen Zweierpotenzen. b) Die Menge aller ganzen Zahlen, die zwischen 10 und 30 liegen, und nicht durch 3 oder 5 teilbar sind. c) Die Menge aller ungeraden ganzen Zahlen.
- Welche Teilmengenbeziehungen sind zwischen drei Mengen A , B und C möglich. Veranschauliche alle Möglichkeiten anhand von Venn-Diagrammen. Wenn $A \subseteq B$, $B \subseteq C$ und $C \subseteq A$ gilt, was kann daraus für die drei Mengen gefolgert werden?
- Sei $M = \{r, s, t\}$, $V = \{d\}$, $W = \{c, d\}$, $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{a, b\}$, $Z = \{a, b, d\}$. Was ist richtig oder falsch? a) $r \in M$, b) $r \subseteq M$, c) $\{r\} \in M$, d) $\{r\} \subseteq M$, e) $Y \subseteq X$, f) $W \neq Z$, g) $V \not\subseteq Y$, h) $V \subseteq X$, i) $X = W$, j) $W \subseteq Y$, k) $V \not\subseteq W$, l) $V \subseteq Z$.
- Welche der folgenden Mengen ist die leere Menge? a) $A = \{x; x \text{ ist ein Buchstabe im Alphabet vor } a\}$, b) $B = \{x; x^2 = 9 \text{ und } 2x = 4\}$, c) $C = \{x; x \neq x\}$, d) $D = \{x; x + 8 = 8\}$.
- Wie beweist man, daß eine Menge A nicht Teilmenge einer Menge B ist? Beweise, daß $A = \{2, 3, 4, 5\}$ nicht eine Teilmenge von $B = \{x; x \text{ ist gerade}\}$ ist.
- Beweise die folgenden Aussagen: a) Wenn $A \subseteq \emptyset$, dann $A = \emptyset$; b) $A = A \cup A$; c) $\emptyset \cup A = A$; d) $A \cap A = A$. Zeige weiter für alle Teilmengen A, B einer Grundmenge G :
 - $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$,
 - $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$,
 - $\overline{\overline{A}} = A$,
 - $A \cap \overline{A} = \emptyset$,
 - $A \cup \overline{A} = G$.
- Bestimme die Potenzmenge und alle Partitionen von $A = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{4, 5\}\}$.
- Für jede Zahl $n \in \mathbb{N}$ sei $A_n = \{m \cdot n; m \in \mathbb{N}\}$. Berechne $\bigcup\{A_n; n \in \mathbb{N}\}$; $\bigcap\{A_n; n \in \mathbb{N}\}$ und $\bigcup\{A_p; p \text{ prim}\}$.