

Grundlagen der Mathematik

Übung, LVA 405.010

C. Fuchs

3. Übungsblatt, WS 2016/17

18.10.2016

1. Gib Prädikate für folgende Aussagen an: a) "Menschen sind sterblich." b) "Manche Schlangen sind giftig." c) "Susi kennt jeden." d) "Jeder wird von irgendjemanden geliebt."
2. Sei $P(x)$ das Prädikat " x ist schön" und $Q(x)$ das Prädikat " x ist reich", wobei x für eine Person stehe. Formalisiere die Aussagen "Niemand ist reich und schön" und "Jemand, der reich ist, ist auch schön".
3. Überlege zu jeder der folgenden Aussagen ein Beispiel, das zeigt, dass die umgekehrte Implikation falsch ist: a) $(\forall x: P(x)) \vee (\forall x: Q(x)) \Rightarrow \forall x: P(x) \vee Q(x)$, b) $\exists x: P(x) \wedge Q(x) \Rightarrow (\exists x: P(x)) \wedge (\exists x: Q(x))$.
4. Verneine: a) "Zu jedem Schloss passt ein Schlüssel." b) "Es gibt einen Mitarbeiter, der C++ kann." c) "Für alle x gilt: $f(x) \neq 0$." d) "Es gibt ein $C > 0$, sodass $f(x) \leq C$ für alle x ." e) Was ist die Verneinung von "In der Nacht sind alle Katzen grau"? i) In der Nacht sind nicht alle Katzen grau. ii) Am Tag ist keine Katze grau. iii) Es gibt eine Katze, die in der Nacht nicht grau ist. iv) In der Nacht ist keine Katze grau.
5. Gib die freien und gebundenen Variablen in den folgenden Prädikaten an: a) " x ist durch y teilbar". b) "Für alle x gilt $x - y = x + (-y)$." c) "Für beliebiges x gibt es ein y , so dass $y > 2^x$ ". d) "Zu jeder Umgebung U von a gibt es eine natürliche Zahl n , so dass x_k in U liegt für alle k größer als n ."
6. Sei $A(x)$ das Prädikat " x ist eine der Zahlen 1, 2, 3, 4 oder 5". Bestimme den Wahrheitswert der folgenden Aussagen: a) $\exists x: A(x) \wedge x + 3 = 10$. b) $\exists x: A(x) \wedge x + 3 < 5$. c) $\forall x: (A(x) \rightarrow x + 3 < 10)$. d) $\forall x: (A(x) \rightarrow x + 3 \leq 7)$.
7. Beweise die Richtigkeit der Schlußregeln 1.3.3 bis 1.3.8.
8. Liegt in den folgenden Fällen eine logische Folgerung vor? Falls ein logisch inkorrektter Schluß im Sinne der "Alltagslogik" dennoch akzeptiert wird, gebe man fehlende Prämissen an, die ihn zu einem logisch korrekten Schluß ergänzen. a) Managua ist die Hauptstadt von Honduras. Schluß: Managua liegt in Honduras. b) Karl ist Maurer. Schluß: Karl kann Mörtel anrühren. c) Karl ist Maurer. Schluß: Karl kann Radios reparieren. d) Wenn Karl oder Otto Maurer sind, so ist Fritz kein Schlosser. Fritz ist Schlosser. Schluß: Karl ist kein Maurer. e) Wenn weder Karl noch Otto Maurer sind, so ist Fritz Schlosser. Fritz ist kein Schlosser. Schluß: Karl ist Maurer.