

Werkzeuge in der mathematischen Lehre und Forschung:

Fachspezifische Software

Karl Josef Fuchs

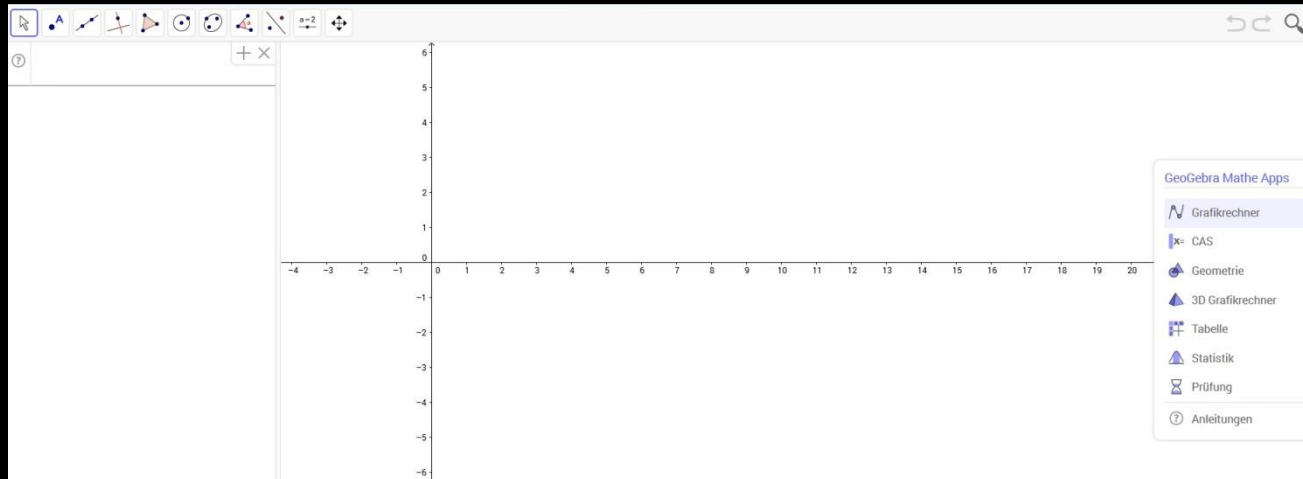
Einführung in das Mathematikstudium
und dessen Umfeld (Unterrichtsfach)

WS 2016/17 – 24.11.2016

Fachspezifische Software Werkzeuge (exemplarisch)

- UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra
(entwickelt von Markus Hohenwarter an der PLUS – Betreuer der
Diplomarbeit und Dissertation K.J. Fuchs)

Grundkonzept: DGS (Dynamisches Geometriesystem) mit
Mehrfenstertechnik zur Symbolischen Algebra (nur numerisch)



UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Zur Charakterisierung:

Ein **dynamisches Geometrie-System (DGS)** ist ein Computerprogramm zur Realisierung einer "beweglichen Geometrie".

In Vordergrund der Programme stehen dabei die folgenden zwei Funktionen:

Zugmodus / Funktionale Abhängigkeit: Dieser ermöglicht die Erstellung von dynamischen geometrischen Konstruktionen, in denen unabhängige (die sogenannten "freien Punkte") nachträglich verschoben werden können, ohne dass dabei bei der Erstellung der Konstruktion festgelegte Zusammenhänge (Invarianten) zwischen den geometrischen Objekten verloren gehen.

UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Bemerkungen zu Funktionale Abhängigkeit / Funktion

Aspekt 1: Der *Zuordnungscharakter* einer Funktion

d. h. Durch Funktionen beschreibt oder stiftet man Zusammenhänge zwischen Größen: einer Größe ist dann eine andere zugeordnet, so dass die eine Größe als abhängig gesehen wird von der anderen.

(*Beispiel: Prototypen einer quadratischen Funktion* – Facette Ableiten und Generieren von prototypischen Formen reeller Funktionsklassen (ANALYSIS) (Tätigkeit des Beobachtens und Vergleichens – AHA – Erlebnisse eröffnen ,Denkbahnen)

Aspekt 2: Funktionen repräsentieren einen *Veränderungscharakter*

d. h. Durch Funktionen erfasst man, wie Änderungen einer Größe sich auf eine abhängige Größe auswirken.

UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Zugmodus / Funktionale Abhängigkeit:

<https://www.geogebra.org/graphing>

Beispiel:

- 1. Aufgabe Form des Dreiecks – Lage des Umkreismittelpunkts*
- 2. Prototypen einer quadratischen Funktion – Facette Ableiten und Generieren von prototypischen Formen reeller Funktionsklassen (ANALYSIS)*
- 3. Kegelschnitte: Tangente Ellipse - Brennstrahlen*

UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Ortslinien / Spurmodus: Aufgrund der Beweglichkeit mancher Basispunkte ist es möglich, Ortslinien anderer Punkte aufzuzeichnen.

Ein dritter Punkt, der jedoch nicht typisch für DGS ist, ist der Einsatz von Makros. Diese sind Kennzeichen guter Anwendungsprogramme und ermöglichen das Speichern und beliebige Wiederholen von durchgeführten Konstruktionen (vgl. Funktionales Modellieren / Programmieren)

Quelle: Universität Saarbrücken, Mathematik und ihre Didaktik

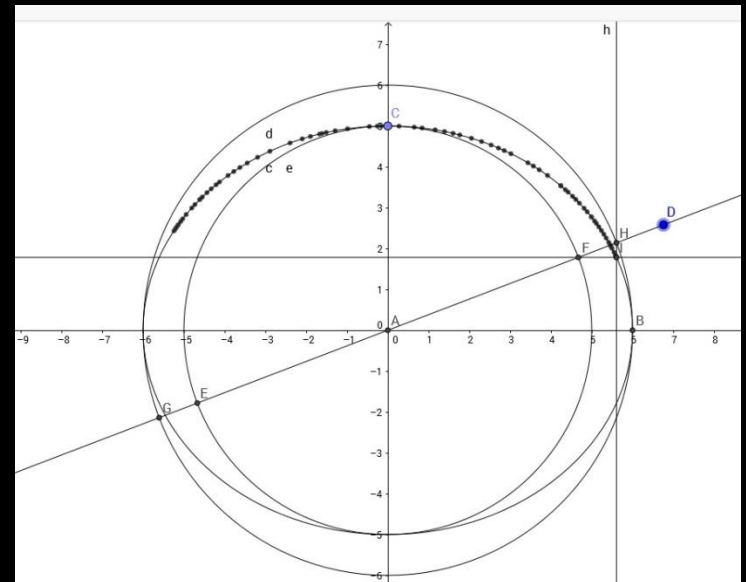
http://www.math.uni-sb.de/vum/index.php?option=com_content&view=article&id=50&Itemid=53

UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Zugmodus / Funktionale
Abhängigkeit:

<https://www.geogebra.org/graphing>

*Beispiel: Affinität zwischen Kreis
und Ellipse*



UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Ein paar Anmerkungen zum angesprochenen Lernparadigma:

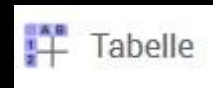
KONSTRUKTIVISMUS: Lernen wird als aktiver Konstruktionsprozess, in dem jeder Lernende eine individuelle Repräsentation der Welt erschafft, verstanden. Jedes Individuum erzeugt anhand Experiment eine **subjektive Realität** (.

KONSTRUKTIONISMUS: Individuen konstruieren mentale Modelle (Module, z. B. für Rekursion, Verzweigung), um die Welt zu verstehen [Papert, S. /LOGO 20. Jht. / Resnick, M./SCRATCH 21. Jht. Besonders wichtig dabei sind die ‚Berührung‘ mit Objekten der realen Welt (Turtle) sowie die Folgerungen, die das einzelne Individuum aus den Experimenten zieht.

Eng verwandt in der Struktur ist das sogenannte PBL (Problem Based Learning).

UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Erweiterungskonzept: Spreadsheet/Tabellenkalkulation



Beispiel:

Iterative Prozesse

- A. Die Iteration der Quadratischen Funktion*
- B. Das iterative Wurzelziehen*

UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Erweiterungskonzept: Spreadsheet/Tabellenkalkulation



A: Die Iteration der Quadratischen Funktion

$$f(x) := (1 + r) \cdot x - r \cdot x^2$$

$x_0 = 0.5$	$r = 1.8$	konvergent
	$r = 2.3$	2-er Zykel
	$r = 3$	divergent

konvergent

	A	B
1	0.5	1.8
2	0.95	
3	1.0355	
4	0.96933155	
5	1.0228417631	
6	0.9807874465	
7	1.0147056229	
8	0.9878462421	
9	1.0094571214	
10	0.992273316	
11	1.0060738842	
12	0.9950744869	
13	1.0038967413	
14	0.9968552747	
15	1.0024979795	
16	0.9979903846	
17	1.0016004229	
18	0.9987150512	
19	1.0010249871	
20	0.9991781193	

UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Erweiterungskonzept: Spreadsheet/Tabellenkalkulation



A: Die Iteration der Quadratischen Funktion

$$f(x) := (1 + r) \cdot x - r \cdot x^2$$

$x_0 = 0.5$	$r = 1.8$	konvergent
	$r = 2.3$	2-er Zykel
	$r = 3$	divergent

2-er Zykel

	A	B
1	0.5	2.3
2	1.075	
3	0.8895625	
4	1.1155169348	
5	0.8191364117	
6	1.1598858984	
7	0.733352281	
8	1.1831097208	
9	0.6848402723	
10	1.1812586419	
11	0.6887979664	
12	1.1818152205	
13	0.6876096321	
14	1.1816556718	
15	0.6879504256	
16	1.1817020919	
17	0.6878512851	
18	1.1816886429	
19	0.6878800095	
20	1.1816925442	

UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Erweiterungskonzept: Spreadsheet/Tabellenkalkulation



A: Die Iteration der Quadratischen Funktion

$$f(x) := (1 + r) \cdot x - r \cdot x^2$$

$x_0 = 0.5$	$r = 1.8$	konvergent
	$r = 2.3$	2-er Zykel
	$r = 3$	divergent

divergent

The screenshot shows a spreadsheet with the following data:

	A
1	0.5
2	1.25
3	0.3125
4	0.95703125
5	1.0803985596
6	0.8198110957
7	1.2629736849
8	0.2665871534
9	0.8531424825
10	1.2290136436
11	0.3846309658
12	1.0947009237
13	0.7836933578
14	1.292247594
15	0.1592788434
16	0.5610061236
17	1.2998408823
18	0.1306045714
19	0.4712456234
20	1.2187651809

UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Erweiterungskonzept: Spreadsheet/Tabellenkalkulation



*B: Das iterative Wurzelziehen
Quadratwurzel von A*

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{A}{x_n} \right)$$

$A = 5$

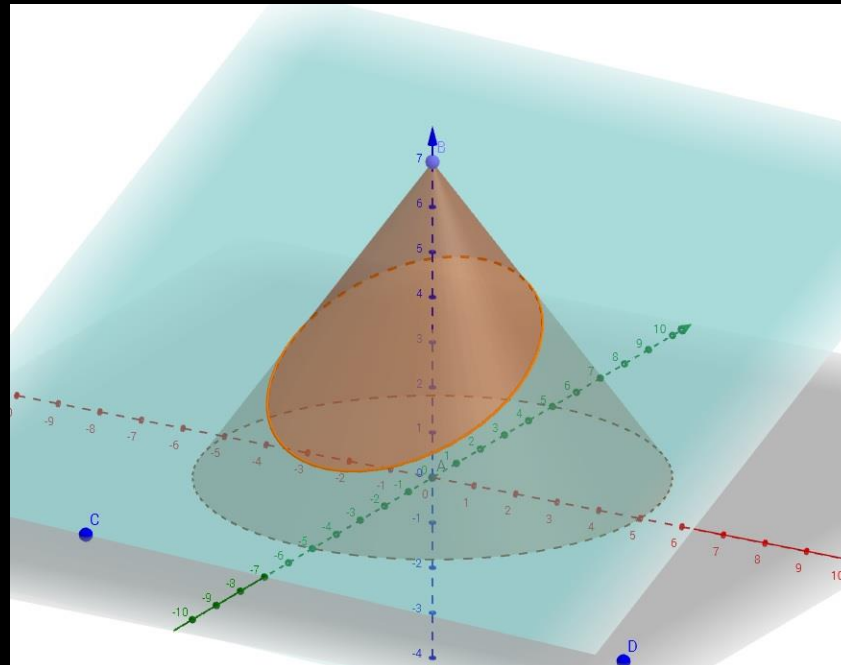
	A	B
1	4	2.2360679775
2	2.625	
3	2.2648809524	
4	2.2362512515	
5	2.236067985	
6	2.2360679775	
7	2.2360679775	
8	2.2360679775	
9	2.2360679775	
10	2.2360679775	
11	2.2360679775	
12	2.2360679775	
13	2.2360679775	
14	2.2360679775	
15	2.2360679775	
16	2.2360679775	
17	2.2360679775	
18	2.2360679775	
19	2.2360679775	
20	2.2360679775	

UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Erweiterungskonzept: Raumgeometrie
(Erwähnung)

 3D Grafikrechner

Schnitte eines Drehkegels



UNIVERSALWERKZEUG GeoGebra

Erweiterungskonzept: Stochastik
(Erwähnung)

Normalverteilung:
*(Prozentsatz aller) Meßwerte mit
(speziellen) Abweichungen
vom Mittelwert*

