

Diskrete Mathematik

Übung, LVA 405.021-5

C. Fuchs, M. Hittmeir, C. Karolus, W. Schmid

7. Übungsblatt, WS 2016/17

24.01.2017

1. Beantworte:

- Berechne die Stirling-Zahlen $S(n, k)$ und $s(n, k)$ für $n = 7$ und $1 \leq k \leq 7$.
- Auf wieviele Arten können 12 Personen in drei (nicht-leere) Gruppen aufgeteilt werden.

2. Seien k, n natürliche Zahlen ≥ 1 . Zeige, dass

$$n^k = \sum_{i=0}^n S(k, i)(n)_i.$$

3. Zeige die folgende Rekursion für die Stirling-Zahlen 2. Art:

$$S(n+1, k+1) = \sum_i \binom{n}{i} S(i, k).$$

4. Seien n, k natürliche Zahlen mit $n \geq 1$ und $1 < k < n$. Zeige, dass $P(n, k) = P(n-k, 1) + P(n-k, 2) + \dots + P(n-k, k)$ gilt.

5. Wieviele ganzzahlige Lösungen der Gleichung $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$ gibt es mit:

- $0 \leq x_i \leq 10$,
- $-10 \leq x_i \leq 20$,
- $0 \leq x_i, x_1 \leq 5, x_2 \leq 10, x_3 \leq 15, x_4 \leq 21$?

6. Bestimme die Graphen mit $n \geq 2$ Knoten, die $n-1$ verschiedene Grade besitzen.

7. Gibt es einen Graphen mit

- 5 Kanten und lauter Knoten mit Grad 3?
- 6 Kanten und lauter Knoten mit Grad 6? Wie viele Knoten hat er in diesem Fall?
- Gibt es einen Graphen mit Gradfolge $(4, 2, 2, 1)$?

8. Sei (d_1, d_2, \dots, d_n) mit $d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_n$ die Gradfolge eines Graphen. Zeige, dass

$$\sum_{i=1}^k d_i \leq k(k-1) + \sum_{j=k+1}^n \min\{d_j, k\}$$

für alle k gilt. Hinweis: Betrachte die Anzahl der Kanten zwischen den ersten k Knoten und dem Rest.