

# Salzburg Mathematics Colloquium

Winter 2015/2016

Edgar Brunner (Göttingen)

## “Stichprobenplanung für allgemeine Rang-Tests”

November 19, 2015

Extended Abstract:

Für parametrische Verfahren existieren seit langer Zeit etablierte Verfahren zur Berechnung des notwendigen Stichprobenumfangs, um eine relevante Alternative mit einem parametrischen Test zum Niveau  $\alpha$  mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit  $\beta$  aufzudecken. Für den bekanntesten Rangtest, den Wilcoxon-Mann-Whitney (WMW) Test, wurde erst von Noether (1987) unter Annahme von stetigen Verteilungen eine Approximation für den benötigten Stichprobenumfang angegeben. Bei Rangverfahren besteht die besondere Schwierigkeit zur Berechnung der Power darin, dass sich unter einer Alternativen die Varianz der Rangstatistik ändert. Noether hatte zur Vereinfachung angenommen, dass die Varianz der WMW-Statistik unter Hypothese und Alternative gleich ist. Ferner ist die Einschränkung auf stetige Verteilungen (Daten ohne Bindungen) eine restriktive Annahme, die insbesondere bei geordnet kategorialen Daten (z.B. Graduierungsskalen) nicht erfüllt ist.

Daher wurden in den folgenden Jahren speziell für solche Daten Verfahren zur Berechnung des notwendigen Stichprobenumfangs entwickelt. Dabei wurden die Verfahren entweder auf spezielle Modelle eingeschränkt oder basierten auf komplizierten Approximationen oder setzten ebenfalls voraus, dass die Varianz der WMW-Statistik unter Hypothese und Alternative gleich ist. Erst Tang (2011) gelang es, ein Verfahren anzugeben, das diese Annahme nicht benötigt und die Varianz unter der Alternativen für geordnet kategoriale Daten exakt ausrechnet. Allerdings ist die Anwendung dieses Verfahrens auf andere Arten von Daten, z.B. Zähldaten oder Daten ohne Bindungen nur sehr umständlich anzuwenden.

Ziel dieses Vortrags ist es, ein allgemeines Verfahren zur Berechnung des notwendigen Stichprobenumfangs vorzustellen, dass nicht nur für den WMW Test und beliebige Arten von Daten (stetige metrische Daten, Zähldaten, geordnet kategoriale Daten) anwendbar ist, sondern auch für andere Rangverfahren angewendet werden kann (siehe z.B. Brunner, Puri, 2001).

Das Verfahren beruht auf der Verwendung der Hájek-Projektion (asymptotisch äquivalente Statistik von unabhängigen Zufallsvariablen) im Gegensatz zu der bisher in der neueren Literatur verwendeten Methode, die WMW-Statistik als U-Statistik darzustellen. Die Anwendung von U-Statistiken auf allgemeinere Rangstatistiken ist sehr umständlich, falls überhaupt möglich. Zur Berechnung der Varianzen der Rangstatistik unter Hypothese und Alternative wird die Placement-Technik (Orban, Wolfe, 1982; Brunner, Munzel, 2000) zur Berechnung der Momente der theoretischen Verteilungen verwendet.

Literatur:

- Brunner, E. and Munzel, U. (2000). The nonparametric Behrens-Fisher-Problem:

Asymptotic theory and a small sample approximation. *Biometrical Journal*, **42**, 17-25.

- Brunner, E. and Puri, M.L. (2001). Nonparametric Methods in Factorial Designs. *Statistical Papers*, **42**, 1-52.
- Noether, G.E. (1987). Sample Size Determination for Some Common Nonparametric Tests. *Journal of the American Statistical Association*, **82**, 645-647.
- Orban, J. and Wolfe, D.A. (1982). A class of distribution-free two-sample tests based on placements. *Journal of the American Statistical Association*, **77**, 666-672.
- Tang, Y. (2011). Size and power estimation for the Wilcoxon-Mann-Whitney test for ordered categorical data. *Statistics in Medicine*, **30**, 3461-3470.

Thursday, 15:15-16:00  
Hörsaal 414, 1. Stock

Fachbereich Mathematik  
Universität Salzburg  
Hellbrunnerstraße 34  
5020 Salzburg  
AUSTRIA  
[www.uni-salzburg.at/mathematik](http://www.uni-salzburg.at/mathematik)